Castor – Informatique

Matériel de cours pour le secondaire I

Commentaire à l'intention du personnel enseignant

Sommaire

Comment trouver le meilleur itinéraire?

Compétences de départ:
Connaître des stratégies et des méthodes pour la résolution de problèmes d'optimisation et pouvoir les appliquer à des exemples concrets, ainsi que connaître la complexité du Problème du voyageur de commerce.

Propositions d’application (jusqu’à 4 leçons)

Perspective des élèves	Comment puis-je trouver l’itinéraire optimal entre sept villes suisses?
Expérience 1	Expériences autonomes avec des feuilles d’exercice portant sur le Problème du voyageur de commerce. Question: comment trouve-t-on l’itinéraire optimal? Les élèves dessinent des itinéraires, les mesurent et les comparent.
Expérience 2	Recherche de l’itinéraire le plus cours dans la cour de récréation. Expérimenter différentes stratégies pour l’optimisation d’un itinéraire le plus court possible dans le cadre de la classe ou de deux demi-classes. Les élèves déroulent l’itinéraire qu’ils ont choisi sur la cour de récréation et consignent par écrit les différents lieux parcourus.
Exercices Castor	Résoudre de manière autonome différentes tâches sur le thème de l’optimisation.
Transfert	Expérimenter les solutions possibles de tâches d’optimisation sur des exemples concrets. Il y a des problèmes d’optimisation qui ne peuvent pas être résolus avec des stratégies «gourmandes», car même les ordinateurs les plus rapides ont besoin de beaucoup trop de temps pour tester toutes les possibilités de solution. Des outils spéciaux, les procédures de solutions heuristiques («logiciels intelligents») développées par les informaticiens, peuvent aider à résoudre de tels problèmes.
Approfondissements possibles	On trouve sur Internet différents applets interactifs et explications consacrés aux problèmes d’optimisation et tout spécialement au Problème du voyageur de commerce. Avec ces informations, les élèves intéressés peuvent mener d’autres expériences de manière autonome.

Pertinence éducative du thème selon le Plan d’études 21 (travaux préparatoires actuellement en discussion):

Manquent encore les compétences de base au niveau national pour les thèmes liés à l’informatique.

Domaines de compétences du domaine «mathématiques»:

Les élèves apprennent à faire des recherches et à argumenter. Ils peuvent se lancer dans des suites de nombres et des modèles inconnus, rechercher des exemples de règles qui expliquent les résultats obtenus, vérifier, remettre en question, interpréter et justifier.

Domaines de compétences du domaine «nature, homme, société»:

- Les élèves peuvent s’orienter dans l’espace.
- *Question énergétique (transports), gestion économe des ressources*

Connaissances de base relatives au Problème du voyageur de commerce

La recherche d’un itinéraire optimal occupe les informaticiens depuis des décennies. Si les calculateurs d’itinéraire et les logiciels spécialisés pour la logistique et les transports peuvent aujourd’hui réaliser ces tâches, c’est parce que des chercheurs ont trouvé des algorithmes efficaces et que les systèmes d’information actuels sont suffisamment rapides pour procéder à des millions de calculs en peu de temps.

La recherche d’un itinéraire optimal fait partie de la classe des problèmes difficiles d’optimisation combinatoire. Dans la résolution de tels problèmes, l’objectif de base est d’«obtenir le plus possible avec le moins de moyens possible». Les programmes d’ordinateur qui sont utilisés pour résoudre un problème d’optimisation utilisent parois des stratégies «exhaustives» («brute force» en anglais). Celles-ci analysent toutes les différentes possibilités et en tirent la meilleure solution.

Dans le cas du Problème du voyageur de commerce, une stratégie «exhaustive» ne peut conduire au but que pour un petit nombre de villes. Même si un ordinateur pouvait essayer cinq milliards d’itinéraires par seconde, il lui faudrait plus de 81‘000 ans pour tester tous les itinéraires entre 24 villes. Pour trouver les itinéraires les meilleurs possible avec plus de 15 villes, on utilise ce que l’on appelle des procédures heuristiques, qui recherchent de manière ciblée des solutions prometteuses ou qui peuvent améliorer graduellement des solutions. Ce n’est plus la meilleure solution qui est recherchée, mais seulement une très bonne solution.

Aides à la mise en œuvre

Film pédagogique de réflexion / perspectives des élèves

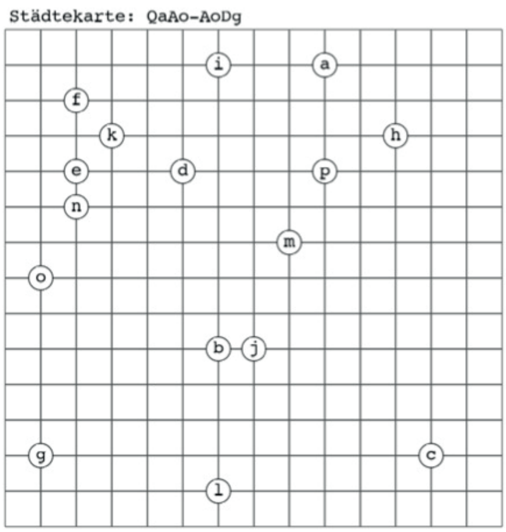
- Quel est le meilleur itinéraire entre sept villes suisses?
- Quels critères faut-il prendre en considération en matière d'itinéraire optimal?
- Combien y a-t-il d'itinéraires possibles pour 4, 5 ou 6 villes?

Expérience 1 «Qui trouve le meilleur circuit?»

Un groupe d'élèves indique (avec des épingles ou des aimants) sur une carte d'Europe ou de Suisse dix villes qu'il aimerait visiter. Il faut planifier sur une carte un itinéraire en bus ou en train qui soit le plus court possible.

Sur les feuilles de travail (cartes des villes en annexe), on a indiqué des villes en différents points de la feuille quadrillée (14 x 14). Celles-ci sont entourées d'un cercle et désignées par une lettre. Les cartes des villes sont réparties en trois catégories (facile, intermédiaire, difficile). Travaillant en petits groupes, les élèves doivent rechercher un itinéraire qui soit le plus court possible et le dessiner sur leur carte. Il est possible de choisir des parcours directs (à vol d'oiseau) entre deux villes. Pour vérifier quelle est la meilleure solution, on peut mesurer différents itinéraires avec du fil ou de la ficelle et les comparer.

Comme exercice supplémentaire, on peut aussi rechercher quel est l'itinéraire optimal, lorsqu'il n'est permis de se déplacer que le long des lignes de la grille. Les élèves peuvent également vérifier si les solutions modèles proposées par l'ordinateur sont toujours les meilleures et voir quel est l'itinéraire concret que conseille un calculateur d'itinéraire entre dix villes ou plus (par ex. http://www.gebweb.net/optimap/).



Expérience 2: «Le circuit le plus court sur la cour de récréation»

Sur le papier, on peut réussir à trouver un itinéraire optimal entre dix à vingt villes (comme dans l'expérience 1). Mais le défi augmente lors d'un changement de perspective – lorsque l'on se trouve debout au milieu des endroits à parcourir. Dans cette expérience, les élèves ont une vision locale et ne voient que les prochains lieux possibles. Il leur manque une vue d'ensemble. Ils doivent maintenant trouver une solution globale qui soit la meilleure possible, mais à partir d'informations locales. En informatique, les algorithmes essaient de trouver des solutions globales à l'aide d'informations locales, comme l'illustre le célèbre exemple de l'algorithme de Dijkstra. Lien: http://www.apprendre-en-ligne.net/graphes/dijkstra/algorithme.html, http://www.apprendre-en-ligne.net/graphes/dijkstra/index.html

Pour réaliser cette expérience, il faut une cour de récréation ou un grand champ où l'on peut placer des marquages distants de plus de 30 mètres les uns des autres. Chaque marquage devrait être inscrit avec une étiquette (par exemple une lettre).
Un premier groupe pose les marquages de manière aussi irrégulière que possible. Le second groupe obtient plusieurs essais (par ex. toujours deux élèves ensemble) pour trouver un itinéraire le plus court possible. Le premier groupe consigne les tentatives par écrit et s'assure que tous les marquages ont été visités à une reprise exactement.
La distance parcourue lors de chaque itinéraire est déterminée à l'aide d'une roue de mesure, d'un podomètre ou d'un GPS. Après un premier passage, les deux groupes échangent leurs rôles.

Exercices de Castor-Informatique sur le thème de l'optimisation

Le choix d'un parcours optimal peut épargner de l'argent, de la sueur ou du temps dans bien des situations de la vie. Avec sept feuilles de travail tirées des concours réalisés par Castor-Informatique de 2007 à 2011, les élèves peuvent résoudre des problèmes d'optimisation de différents niveaux et basés sur des exemples concrets. Les feuilles de travail peuvent être résolues de manière individuelle ou en petits groupes. Les solutions trouvées peuvent être discutées en classe ou comparées individuellement avec les solutions modèles.
Vous trouverez de plus amples informations sur le concours de Castor-Informatique à l'adresse http://castor-informatique.ch/castor/index

Approfondissements possibles

La question de l’itinéraire optimal a intensivement occupé des chercheurs des domaines de l’informatique, des mathématiques, de l’architecture et de l’ingénierie au cours des 100 dernières années. C’est ainsi que l’on a pu trouver, par exemple, un itinéraire optimal entre 49 villes des Etats-Unis en 1954. En 1977, un scientifique allemand est parvenu à trouver l’itinéraire le plus court entre 120 villes allemandes et, en 2004, on a pu établir l’itinéraire le plus court entre 24‘978 villages suédois. Un concours est en cours pour déterminer l’itinéraire le plus court entre toutes les localités du monde. Vous trouverez ce concours ainsi que d’autres informations relatives au Problème du voyageur de commerce sur le site Internet http://www.tsp.gatech.edu/index.html.

L’applet interactif que l’on trouve sur la page http://www.tsp.gatech.edu/index.html permet d’essayer de trouver un itinéraire optimal entre 10 villes. Un autre applet sur le site http://epistemis.com/rundreise montre comment un algorithme («logiciel intelligent») améliore graduellement (après chaque actionnement de touche) un itinéraire entre 99 localités.

Outre la question de l’itinéraire le plus court ou le plus rapide, la question peut être étendue et l’on peut rechercher quelles routes ou liaisons sont au minimum nécessaires pour atteindre tous les lieux. La neuvième activité, avec le titre «arbre couvrant minimal» de Computer Science Unplugged traite de ce thème.

Lien: http://csunplugged.org/minimal-spanning-trees

L’outil GraphBench http://www.swisseduc.ch/informatik/graphbench/index.html permet des expériences sur des graphiques ainsi que des recherches d’itinéraire le plus court.

Différents secteurs de recherche tentent de trouver l’itinéraire optimal à l’aide de procédures heuristiques («logiciels intelligents»). Des cours dans les Hautes écoles ou des travaux de diplôme traitent actuellement des applications du Problème du voyageur de commerce et de procédures de solution spéciales.

Lien: http://www.informatik.uni-trier.de/~naeher/Professur/PROJECTS/SS07/gruppe3/index.html
Lien: http://www.thi.uni-hannover.de/fileadmin/forschung/arbeiten/noehring-ba.pdf
Lien: http://www.tu-chemnitz.de/informatik/ModSim/Publikationen/mkae_06_1.pdf

Solutions possibles

Film pédagogique de réflexion: «Le meilleur circuit entre sept villes»

Circuit entre Bâle, Berne, Lugano, Lucerne, Neuchâtel, Zermatt, Zurich

Tableau des distances / distances entre les sept localités

[km]	Bâle	Berne	Lugano	Lucerne	Neuchâtel	Zermatt	Zurich
Bâle	0	95.9	263	97.1	122	229	86.2
Berne	95.9	0	242	114	45.7	136	127
Lugano	263	242	0	169	303	204	205
Lucerne	97.1	114	169	0	137	181	52.1
Neuchâtel	122	45.7	303	137	0	243	151
Zermatt	229	136	204	181	243	0	232
Zurich	86.2	127	205	52.1	151	232	0

Une procédure possible est la composition progressive du circuit à partir de liaisons avec des distances minimales. Les cinq liaisons les plus courtes sont dans ce cas concret: 45.7 (Berne – Neuchâtel), 52.1 (Lucerne – Zurich), 86.2 (Bâle – Zurich), 95.9 (Bâle –Berne) et 97.1 (Bâle – Lucerne). Celles-ci peuvent être inscrites à tour de rôle sur la carte. La cinquième liaison (Bâle – Lucerne) n'a pas de sens dans l'optique d'un circuit. A la place de l'étape Bâle – Lucerne, on connecte encore les villes laissées de côté (Zermatt et Lugano) avec Neuchâtel et Lucerne.

L'itinéraire Berne-Bâle-Zurich-Lucerne-Lugano-Zermatt-Neuchâtel-Berne qui a été obtenu a une longueur de 895.9 km (45.7+52.1+86.2+95.9+243+204+169 = 895.9 km)

Les élèves futés remarquent qu'il vaut mieux planifier le tronçon Bâle-Berne-Neuchâtel dans l'ordre Bâle-Neuchâtel-Berne. Cela donne ainsi le circuit le plus court: Berne-Neuchâtel-Bâle-Zurich-Lucerne-Lugano-Zermatt-Berne, avec une longueur de 815 km (45.7+122+86.2+52.1+169+204+136 = 815 km)

Une carte de Suisse avec ces sept villes se trouve dans les annexes.
Les élèves peuvent répondre de manière individuelle à la question de savoir combien il y a de circuits possibles pour 4, 5 ou 6 villes en inscrivant toutes les possibilités. Une des méthodes permettant de déterminer tous les circuits possibles se présente de la manière suivante:

- Je commence par n'importe quelle ville.
- A partir de cette ville, j'ai (n-1) possibilités d'arriver à une prochaine ville,
- A partir de cette ville, j'ai (n-2) possibilités d'arriver à une prochaine ville,
- et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucune possibilité.
-

Dans le cas de 6 villes, cela représente 5 x 4 x 3 x 2 x 1 possibilités, soit 120 possibilités

Il est important de remarquer que le sens dans lequel le circuit se fera ne joue aucun rôle. Cela signifie que des liaisons comme Berne – Bâle ou Bâle – Berne sont équivalentes par rapport au circuit (cela sera évident en dessinant toutes les possibilités pour 5 villes).
Dans le cas de 6 villes, il existe par conséquent 60 circuits différents. La formule pour le nombre de circuits différents est:
Nombre de circuits = $(n-1)!/2$
Le point d'exclamation symbolise la factorielle.
Soit: $n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Expérience 1: «Qui trouve le meilleur circuit?»

Pour cette expérience, on trouve de nombreuses feuilles d'exercice avec leurs solutions dans les annexes. La méthode numérique utilisée recherche les solutions optimales, mais ne trouve pas toujours la meilleure. C'est pourquoi, pour les feuilles d'exercice avec beaucoup de villes, les élèves ont la possibilité s'ajouter la solution de l'ordinateur.

Expérience 2: «Le circuit le plus court sur la cour de récréation»

Lors de la réalisation de cette expérience, il faudrait veiller à ce que chaque groupe soit accompagné d'un observateur (provenant éventuellement d'un autre groupe). Celui-ci note l'étiquette des endroits par lesquels on est passé (marquages) et note pour terminer le chemin total qui a été parcouru.

Si on en a la possibilité, pendre depuis le haut une photo de toute la surface avec les différents marquages. Cette photo permettra de visualiser la meilleure solution trouvée lors de la discussion finale.

Il y a aussi la possibilité que les groupes placent leurs marquages d'après un plan qu'ils auront préalablement préparé en classe.

Impressum

Editeur	SSIE, Société suisse pour l'informatique dans l'enseignement
Partenaire	Fondation Hasler ICT Formation professionelle SWITCH
Conception / Mise en page	Lernetz AG
Auteur	Martin Guggisberg, PH FHNW Yvonne Seiler
Traduction	Olivier Pauchard